ВАРИАНТИ®

списание по математика
XII клас

Брой 4 – 2008 г.

1. Да се реши уравнението $2\sqrt{5+3x}-\sqrt{2x+5}=\sqrt{5}$.

А) 11; Б) 12; В) 13; Г) 14.

2. Решениата на уравнението $\sin^3 x.\cos x=\cos^3 x.\sin x=\frac{1}{4}$ са:

А) $x=-\frac{\pi}{8}(-1)^k+\frac{\pi}{4}, k\in Z$; Б) $x=-(2k+1)\frac{\pi}{8}$; В) $x=-(-1)^k(2k+1)\frac{\pi}{8}$;

Г) $x=-\frac{\pi}{8}(1+2k)$.

3. Да се реши неравенството $(2x-3)(x+5)-(x+7)(x-2)<6x+4$.

А) $x\in[-1;5]$; Б) $x\in(-1;5)$; В) $x\in(-\infty;-1)$; Г) $x\in(5;+\infty)$.

4. Дадена е аритметична прогресия $a_1,a_2,a_3,....,a_n$ със сума S_n на първите и n члена и разлика d. Да се намери S_{10}, ако $\left|\begin{array}{l} a_3+a_5+a_8=18 \\ a_4+a_2=-2 \end{array}\right.$.

А) 60; Б) 62; В) 63; Г) 65.

5. Дадена е геометрична прогресия $a_1,a_2,a_3,....a_n$ със сума S_n на първите и n члена и частно q. Намерете a_1 и q, ако $\left|\begin{array}{l} \frac{a_{10}}{a_8}=9 \\ a_4+a_6=540 \end{array}\right.$.

А) $(2;3);(-2;-3)$; Б) $(2;-2);(3;-3)$; В) $(2;-3)$; Г) $(-2;3)$.

6. В правоъгълен $\Delta ABC\left(\angle ACB=\frac{\pi}{2}\right)$ със страни $BC=a, AC=b$ и $AB=c$ е вписана окръжност с дължина на радиуса r. Докажете, че $r=\frac{1}{2}(a+b-c)$ и намерете лицето на тршъгълника, ако $b=15cm$ и $r=3cm$.

А) $50cm^2$; Б) $55cm^2$; В) $60cm^2$; Г) $65cm^2$.

продължава на следващата страница...

Фирма „Братя Лазарови” – Уроци по Математика, адрес: София, жк. Дружба – 1, бл. 121
Гл. офис „Павлово” тел.: 856-76-71, офис „Дружба-1” тел.: 879-40-49, офис „Лозенец” тел.: 862-60-45
Мобилен: **0886 959 227**, **www.lazarovi.com**

7. Даден е трапецът $ABCD$ със основи AB и $CD(AB > CD)$ и диагонали AC и BD, които се пресичат в точката O. Докажете, че ΔAOD и ΔBOC са равнолицеви

(доказателство)

8. Дадена е правилна четириъгълна пирамида с дължина m на апотемата и мярка $\alpha\left(\alpha > \frac{\pi}{2}\right)$ на ъгъла между две съседни околни стени След като намерите обема на пирамидата, полученият израз приведете във вид удобен за логаритмуване.

А) $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}m^2\cos\alpha$; Б) $-\frac{4\sqrt{2}}{3}m^3\cos\frac{\alpha}{2}\cos\alpha$; В) $\frac{4\sqrt{2}}{3}m^2\cos\alpha$;
Г) $-\frac{4\sqrt{3}}{2}m^3\cos\frac{\alpha}{2}$.

9. Дадена е функцията $f(x) = (m-3)x^4 + (m^2-2)x^2 - 1$, където m е реален параметър и $m \neq 3$. Да се намери $\lim\limits_{m\to 2}\frac{f(1)}{f'(-1)}$ и да се изследва изменението и да се построи графиката на функцията $f(x)$ при $m = 3$

А) $\frac{7}{12}$.; Б) $-\frac{7}{12}$; В) $\frac{5}{12}$; Г) $-\frac{5}{12}$.

10. Даден е правоъгълният ΔABC с прав ъгъл при върха C и височина $CD(D \in AB)$. Ако дължините на страните на триъгълника са последователни членове на аритметична прогресия и $CD = 19{,}2cm$, да се намерят: периметърът и лицето на триъгълника; дължината на вписаната в триъгълника окръжност; разстоянието между центровете на вписаната в триъгълника окръжност и описаната около него окръжност.

А) $96cm; 384cm^2; 16\pi cm; 4\sqrt{5}cm$; Б) $98cm; 386cm^2; 15\pi cm; 4\sqrt{3}cm$;
В) $97cm; 387cm^2; 17\pi cm; 4\sqrt{2}cm$; Г) $99cm; 389cm^2; 14\pi cm; 3\sqrt{5}cm$.

11. Даден е правоъгълният ΔABC с прав ъгъл при върха C, височина CD, ъглополовяща CL и медиана CM $(D \in AB, L \in AB, M \in AB)$. Ако периметърът на триъгълника е $2p$ и $\angle ABC = \alpha$, да се намерят дължините на хипотенузата AB и лицата на триъгълниците DMC и LBC, като изразите се представят във вид удобен за логаритмуване.

(свободен отговор)

12. Даден е прав кръгов конус. Да се докаже, че обемът му е три пъти по-малък от произведението на лицето на околната му повърхнина и разстоянието от центъра на основата до образувателната. Ако обемът на конуса е $324cm^3$, а частното от височината и образувателната му е $4:5$, да се намери лицето на повърхнината на конуса.

А) $208cm^2$; Б) $216cm^2$; В) $220cm^2$; Г) $218cm^2$.

13. Коренът на уравнението $3C_{x+1}^2 + P_2 x = 4V_x^2$ е:

А) 5; Б) 6; В) 4; Г) 3.

продължава на следващата страница...

14. От 18 различни цветя трябва да се събере букет така, че в него да участват не по-малко от 3 цветя. Колко различни способа
съществуват за съставяне на такъв букет?

А) 261972; Б) 261971; В) 261970; Г) 261973.

15. Дадено е уравнението $(k-1)x^2-2(k+1)x+k+3=0$, където $k\in(1;8]$; x_1 и x_2 са корените му. Да се намери най-голямата и най-малката стойност на функцията $y=2x_1x_2-x_2$ при условие, че $\{x_1;x_2\}\subset[1;2]$.

А) $\min\limits_{k\in[5;8]} f(6)=\frac{1}{3}; \max\limits_{k\in[5;8]} f(7)=2$; Б) $\min\limits_{k\in[5;8]} f(7)=\frac{1}{7}; \max\limits_{k\in[5;8]} f(6)=3$;

В) $\min\limits_{k\in[5;8]} f(8)=\frac{4}{7}; \max\limits_{k\in[5;8]} f(5)=1$; Г) няма най-малка и най-голяма стойност.

отговорите са на следващата страница...

Фирма „Братя Лазарови" – Уроци по Математика, адрес: София, жк. Дружба – 1, бл. 121
Гл. офис „Павлово" тел.: 856-76-71, офис „Дружба-1" тел.: 879-40-49, офис „Лозенец" тел.: 862-60-45
Мобилен: **0886 959 227**, **www.lazarovi.com**

Отговори:

1. Б) 2. А) 3. Б) 4. Г) 5. А) 6. В) 7. - 8. Б) 9. Г) 10. А)
11. - 12. Б) 13. Г) 14. А) 15. В)

Задачи със свободен отговор:

11. $AB=\dfrac{\sqrt{2}p}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)}$; $S_{\Delta DMC}=-\dfrac{p^2\sin 4\alpha}{32\cos^2\dfrac{\alpha}{2}\cos^2\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)}$;

$S_{\Delta LCB}=\dfrac{p^2\left(1-2\sin 2\alpha.tg\left(45^\circ-\alpha\right)\right)}{8\cos^2\dfrac{\alpha}{2}\cos^2\left(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}\right)}$.

Всяка задача от 1 *до* 15 *има само един верен отговор.*
Петнадесетте тестови задачи са разпределени в групи съобразно степента на сложност:

- *от* 1 *до* 5 *се оценяват с* 3 *точки;*
- *от* 6 *до* 10 *- с* 5 *точки;*
- *от* 11 *до* 15 *- с* 8 *точки.*

Оценката се изчислява по формулата: $O=2+\dfrac{k}{20}$*, където* k *е броят на получените точки.*

Сваляйте безплатно новите броеве на списание „ВАРИАНТИ” на адрес:
http://www.lazarovi.com/online-baza/
Успех!

Уважаеми читатели, съдържанието на това списание е съобразено с програмата на МОН, но главната му цел е да подпомогне обучението на учениците на фирма „Братя Лазарови”. Фирмата има специализирана методика на преподаване, която включва материал по математика с повишена трудност, който се изучава в следващия клас в училище.